PART3　位置ベクトル

例題

3 点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ を頂点とする △ABC において，次の点の位置ベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

(1)　辺 AB を 2：1 に内分する点 P

(2)　辺 AC を 4：1 に外分する点 Q

(3)　△APQ の重心 G

Point Pickup

練習

3 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$，C$(\vec{c})$ を頂点とする △ABC において，次の点の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(1)　辺 AC を 1：2 に内分する点 P　　(2)　辺 BC を 2：5 に外分する点 Q

(3)　△CPQ の重心 G

第11講　PART3 確認問題

3 点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$，$C(\vec{c})$ を頂点とする △ABC において，次の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

1　線分 AB を 3：2 に内分する点 $P(\vec{p})$

$$\vec{p}=\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\vec{a}+\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\vec{b}$$

2　線分 AC を 7：2 に外分する点 $Q(\vec{q})$

$$\vec{q}=-\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}\vec{a}+\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\vec{c}$$

3　△APQ の重心 $G(\vec{g})$

$$\vec{g}=\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\vec{a}+\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\vec{b}+\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セソ}}\vec{c}$$

PART3　位置ベクトル

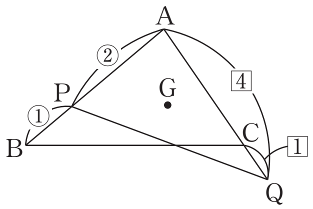
例題

3 点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ を頂点とする $\triangle ABC$ において，次の点の位置ベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

(1)　辺 AB を 2：1 に内分する点 P　　(2)　辺 AC を 4：1 に外分する点 Q

(3)　△APQ の重心 G

$P(\vec{p})$, $Q(\vec{q})$, $G(\vec{g})$ とする。



(1)　$\vec{p}=\dfrac{\vec{a}+2\vec{b}}{2+1}=\dfrac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}=\dfrac{1}{3}\vec{a}+\dfrac{2}{3}\vec{b}$

(2)　$\vec{q}=\dfrac{-\vec{a}+4\vec{c}}{4-1}=\dfrac{-\vec{a}+4\vec{c}}{3}=-\dfrac{1}{3}\vec{a}+\dfrac{4}{3}\vec{c}$

(3)　$\vec{g}=\dfrac{\vec{a}+\vec{p}+\vec{q}}{3}=\dfrac{1}{3}\vec{a}+\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{3}\vec{a}+\dfrac{2}{3}\vec{b}\right)+\dfrac{1}{3}\left(-\dfrac{1}{3}\vec{a}+\dfrac{4}{3}\vec{c}\right)=\dfrac{1}{3}\vec{a}+\dfrac{2}{9}\vec{b}+\dfrac{4}{9}\vec{c}$

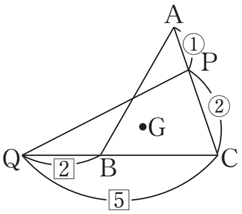
練習

3点 A$(\vec{a})$, B$(\vec{b})$, C$(\vec{c})$ を頂点とする △ABC において，次の点の位置ベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

(1)　辺ACを1：2に内分する点P　　(2)　辺BCを2：5に外分する点Q

(3)　△CPQ の重心G

P$(\vec{p})$, Q$(\vec{q})$, G$(\vec{g})$ とする。



(1)　$\vec{p}=\dfrac{2\vec{a}+\vec{c}}{1+2}=\dfrac{2}{3}\vec{a}+\dfrac{1}{3}\vec{c}$

(2)　$\vec{q}=\dfrac{5\vec{b}-2\vec{c}}{-2+5}=\dfrac{5}{3}\vec{b}-\dfrac{2}{3}\vec{c}$

(3)　$\vec{g}=\dfrac{\vec{c}+\vec{p}+\vec{q}}{3}=\dfrac{1}{3}\vec{c}+\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2}{3}\vec{a}+\dfrac{1}{3}\vec{c}\right)+\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{5}{3}\vec{b}-\dfrac{2}{3}\vec{c}\right)=\dfrac{2}{9}\vec{a}+\dfrac{5}{9}\vec{b}+\dfrac{2}{9}\vec{c}$

第11講　PART3 確認問題 解答

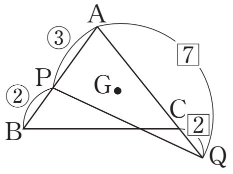
1

[正解] ア：2，イ：5，ウ：3，エ：5

[解説]

線分 AB を 3：2 に内分する点が $\mathrm{P}(\vec{p})$ であるから

$$\vec{p}=\frac{2\times\vec{a}+3\times\vec{b}}{3+2}=\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{3}{5}\vec{b}$$ [A]



[A]　2点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ に対し，線分 AB を $m:n$ に内分する点 P の位置ベクトルを $\vec{p}$ とすると，

$$\vec{p}=\frac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$$

2

[正解] オ：2，カ：5，キ：7，ク：5

[解説]

線分 AC を 7：2 に外分する点が $\mathrm{Q}(\vec{q})$ であるから

$$\vec{q}=\frac{-2\times\vec{a}+7\times\vec{c}}{7-2}=-\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{7}{5}\vec{c}$$ [B]

[B]　2点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ に対し，線分 AB を $m:n$ に外分する点 Q の位置ベクトルを $\vec{q}$ とすると，

$$\vec{q}=\frac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}$$

3

[正解] ケ：1，コ：3，サ：1，シ：5，ス：7，セソ：15

[解説]

$\vec{p}=\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{3}{5}\vec{b}$，$\vec{q}=-\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{7}{5}\vec{c}$ であり，

点 $\mathrm{G}(\vec{g})$ は △APQ の重心であるから，

$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+\vec{p}+\vec{q}}{3}$$ [C]

$$=\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{3}{5}\vec{b}-\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{7}{5}\vec{c}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\frac{3}{5}\vec{b}+\frac{7}{5}\vec{c}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}+\frac{7}{15}\vec{c}$$

[C]　3点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$，$\mathrm{C}(\vec{c})$ を頂点とする △ABC の重心 G の位置ベクトルを $\vec{g}$ とすると，

$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$